

# MHP 模擬考試中心

## 110 學年度學科能力測驗模擬試題第五回

### 數學考科

#### —作答注意事項—

考試範圍：第一~四冊

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\begin{matrix} 3 \\ \square \end{matrix}$  與第 19 列的  $\begin{matrix} 8 \\ \square \end{matrix}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\begin{matrix} - \\ \square \end{matrix}$  與第 21 列的  $\begin{matrix} 7 \\ \square \end{matrix}$  畫記，如：


20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

## 第壹部分：選擇題（占 65 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 右圖為羅東市區部分區域圖，圖的右側為北方，標點  為羅東車站。若以羅東車站為原點，往北方的 196 縣道為始邊，且「羅東運動公園東丘落羽松」這個地方的極座標為  $[14, 71^\circ]$ ，請問極座標  $[7, 48^\circ]$  最有可能指下列何處？

- (1) 羅東國中
- (2) 林場肉羹
- (3) 藝境空間
- (4) 羅東中山公園
- (5) 羅東文化工場



2. 因為疫情影響，在圖書館看書時需保持適當的距離，盡量每個人間隔 2 個位子以上(含)的距離(管理員除外)。若以管理員的位子為中心，第一位客人坐在距離管理員左邊間隔 1 個位子的距離，第二位客人坐在離管理員右邊間隔 2 個位子的距離。若有第三個客人進來也想要看書，他應該坐在哪裏會最好？

- (1) 距離管理員右邊間隔 3 個位子
- (2) 距離管理員左邊間隔 3 個位子
- (3) 距離管理員右邊間隔 4 個位子
- (4) 距離管理員左邊間隔 4 個位子
- (5) 距離第一個人的右邊間隔 5 個位子

3. 求下列哪個選項滿足不等式  $(\frac{1}{7})^{-x^2+5} < 7^{2x+3}$  中  $x$  的整數解？

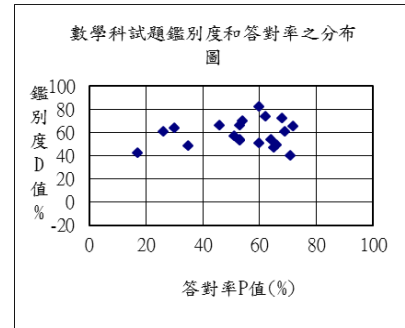
- (1) -7
- (2) -3
- (3) 1
- (4) 5
- (5) 9

4. 若  $\log_a x = \frac{1}{5}$ ， $\log_b x = \frac{1}{6}$ ，則  $\frac{1}{\log_{ab} x} = ?$

- (1) 1
- (2) 11
- (3) 15
- (4) 22
- (5) 30

5. 所謂一份考卷的答對率為全體考生的平均答對率；而所謂一份考試的鑑別度  $D$  值是指「高分群(前 33%的考生)的平均答對率」減掉「低分群(後 33%的考生)的平均答對率」的值。鑑別度越高的題目，代表是越好的題目，通常一個題目的  $D$  值超過 60，代表該題目具有鑑別度。下圖為 108 年大學學科能力測驗數學科的答對率與鑑別度之分布圖，請依照分布圖與題意選出正確的選項。

- (1) 右圖全部的題目皆具有鑑別度
- (2) 右圖的答對率  $P$  值跟鑑別度  $D$  值呈負相關
- (3) 由右圖的答對率可知整份考卷的平均答對率在 50~60%左右，所以可以推得中位數考生的答對率一定在 50-60%之間
- (4) 鑑別度最高的一題的平均答對率約為 50%
- (5) 鑑別度最低的一題的平均答對率超過 20%



6. 黃豆粉在一塊面向北方的斜坡上滑草，她從上面滑到下面，接著她看到手機上的 APP 顯示她一次就向下移動了 30 公尺、向北移動了 30 公尺、向東方移動了  $30\sqrt{2}$  公尺，請問黃豆粉從上面滑到下面時的俯角為何？

- (1)  $15^\circ$       (2)  $30^\circ$       (3)  $45^\circ$       (4)  $60^\circ$       (5)  $75^\circ$

## 二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 請問下列哪些敘述是正確的？

- (1) 若  $a, b, c$  為等差數列，則  $b = \frac{a+c}{2}$
- (2) 若  $a, b, c$  為等比數列，則  $b = \sqrt{ac}$
- (3) 若數列  $\langle c_n \rangle$  為等比數列，且公比為  $r$ ，則數列  $\langle (c_n^3) \rangle$  之公比為  $r^3$
- (4) 若數列  $\langle b_n \rangle$  為等差數列，且公差為  $d$ ，則數列  $\langle b_n + d \rangle$  之公差為  $2d$
- (5) 若數列  $\langle a_n \rangle$  對於自然數  $n$ ，滿足  $a_n = n^2 + n + 41$ ，則數列  $\langle a_n \rangle$  的每一項皆為質數

8. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x^3 - 8$  之餘式為  $3x+2$ ，試選出正確的選項。
- (1)  $f(2)=8$
  - (2)  $f(0)=8$
  - (3)  $f(x)$  可能為二次式
  - (4)  $f(x)$  可能為  $x^4+x^3 - 5x - 6$
  - (5)  $f(x)$  可能為  $x^4+x^3-5x^2 - 6$
9. 在某電影中，當人類角色戴上變身面具後就會變成貓，然而她會繼續當貓的機率為 80%，當貓角色戴上變身面具後就會變成人，然而牠會繼續當人的機率為 40%，若該遊戲裡的角色只有人類跟貓，且角色總數永遠不變，請依照題意選出正確的選項。
- (1) 在最後趨於穩定後，貓的數量不一定比人多
  - (2) 若最後趨於穩定後所有角色大約有 67% 的機率當貓
  - (3) 若最後趨於穩定後所有角色大約有 67% 的機率當人
  - (4) 若一開始貓跟人類的數量均等，則在所有角色開始變身的第一次後，貓的數量會比人類的數量多 80%
  - (5) 承(4)，若貓跟人的數量皆有 100 個，則在所有角色開始變身的第一次後，貓的數量會比人類的數量多 80 個
10. 無限跟日之出去玩一場遊戲。無限讓日之出看她手裡有 3 張紙牌：1 張二面都是黑色；1 張二面都是白色；還有 1 張是一面黑色、一面白色。無限讓日之出在桌面下把三張牌洗好，抽出一張紙牌放到桌上。如果這張牌的另一面跟正面都同色，日之出就輸給無限 1 元；可是如果是不同色，無限就賠給日之出 1.50 元。若日之出跟無限玩三次，請選出正確的選項。
- (1) 無限獲得 3 元機率為  $\frac{1}{27}$
  - (2) 日之出獲得 4.5 元的機率為  $\frac{1}{27}$
  - (3) 無限賠錢的機率為  $\frac{7}{27}$
  - (4) 日之出賠錢的機率為  $\frac{7}{27}$
  - (5) 依照無限的條件，日之出至少可以得到 0.5 元

11. 有 8 個女孩跟 6 個男孩要去住民宿，其中民宿只有 2 間一樣的四人房跟 4 間一樣的雙人房，於是有人想到了兩種分配房間的方案：

甲：女孩都去睡四人房，男孩都去睡雙人房，且男生只住三間雙人房。

乙：女孩都去睡雙人房，男孩都去睡四人房。

請從題意中試選出正確的選項。

- (1) 甲方案方法數比較少
- (2) 乙方案方法數比較少
- (3) 甲乙兩方案方法數一樣多
- (4) 甲方案的方法數為 2625 種
- (5) 乙方案的方法數為 2625 種

12. 一位駕駛從座標平面上的第二象限開著汽車沿著方程式  $3x+4y=5$  的直線馬路行駛，而駕駛的前方有一個由方程式  $(x-3)^2+(y-4)^2=9$  及  $(x-3)^2+(y-4)^2=25$  兩圓組成的圓形商場，其中  $(x-3)^2+(y-4)^2=9$  的圓為商場的牆壁(厚度可以忽略)，夾在兩圓中間的區域為行人徒步區。請試選出正確的選項。

- (1) 若汽車都不改變方向，該車的行駛的路線的直線斜率為  $\frac{3}{4}$
- (2) 若汽車都不改變方向，該車不會開到商場的行人徒步區
- (3) 若汽車都不改變方向，該車會開到商場的行人徒步區
- (4) 若汽車都不改變方向，該車會撞到商場的外牆
- (5) 若不想讓汽車開到行人徒步區，以駕駛的視野來說汽車開到人行徒步區的邊線前瞬間至少要右轉  $37^\circ$ ，才不會開到商場的人行徒步區

13. 某市府欲建立一條新的地下捷運線，今使用電腦軟體模擬捷運線空間配置，並以車站為空間座標原點，且原有捷運線和牆面分別以空間中的直線與平面表示(在電腦中，捷運線與牆面厚度不計)。已知新捷運線為通過  $(3,-2,4)$ 、 $(5,1,10)$  的直線，若原有的捷運線與牆面與新的捷運線不相交，則可保留。請試選出可以保留的原有的捷運線與牆面。

- (1)  $x+y+z=0$
- (2)  $3x+4y-3z+9=0$
- (3)  $3x+2y-2z+3=0$
- (4)  $\begin{cases} 2x-3y-z=-1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$
- (5)  $\frac{x-4}{2}=\frac{y-8}{5}=\frac{z-7}{3}$

第貳部分：選填題（占 35 分）

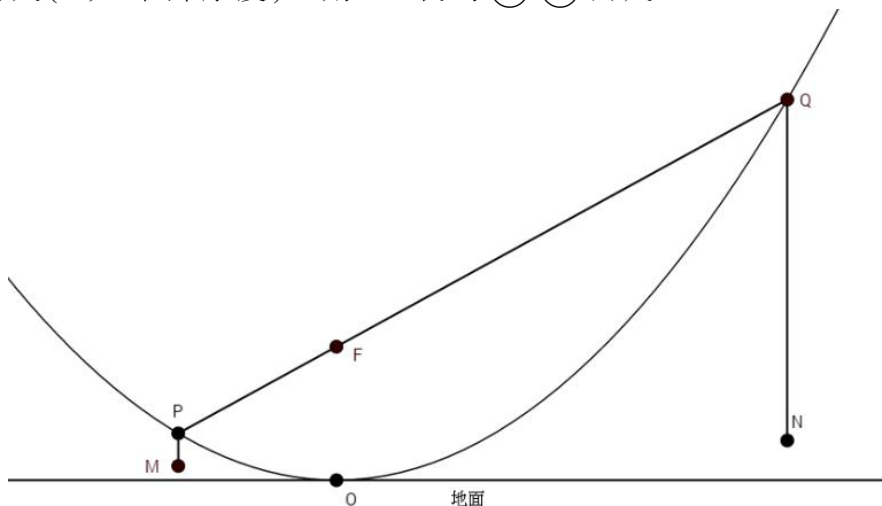
說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-30）  
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若  $A = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 45 \\ 52 \end{bmatrix}$ , 且矩陣  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  滿足  $AX = B$ , 求  $(x, y) = (\textcircled{14}, \textcircled{15})$ 。

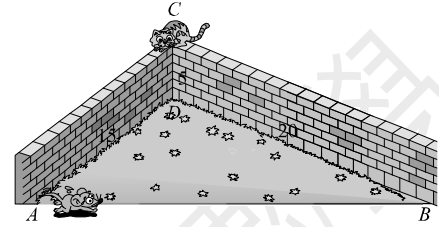
B. 因應疫情，目前某國政府規定 14 天內每個老人可購買 11 片口罩，每個青年可購買 9 片口罩，每個小孩可購買 10 片口罩。酒精目前 14 天內每個小孩跟青年均可各購買 2 瓶，而每個老人可購買 1 瓶。就在某天，小薰幫家族的成員買了 155 片口罩跟 30 瓶酒精。已知家族成員共 16 人，則家族中分別有  $\textcircled{16}$  個老人、 $\textcircled{17}$  個青年、 $\textcircled{18}$  個小孩。

C. 一行星繞太陽的軌跡為一橢圓，且太陽為一焦點，若其遠日點到太陽的距離為橢圓之短軸長的 5 倍，則橢圓的短軸長為近日點到太陽距離的  $\textcircled{19} \textcircled{20}$  倍。

D. 地面上直立一拋物線型的軌道， $O$  為頂點，其正上方 10 公尺的  $F$  為焦點，軌道上有兩點  $P, Q$ ，且  $P, F, Q$  三點共線。今在  $P, F, Q$  三點各設一滑輪，將一條長為 80 公尺的繩子兩端懸掛兩重物  $M, N$  放置在三個滑輪上，如右圖。若  $M$  離地 1 公尺， $N$  離地 3 公尺 ( $M, N$  不計厚度)，則  $\overline{PQ}$  長為  $\textcircled{21} \textcircled{22}$  公尺。



- E. 長度分別為 15 與 20 公尺的兩面圍牆垂直立於地面上，它們的高度都是 5 公尺，而且互相垂直，如下圖一所示：有一隻貓咪趴在兩牆相交的頂點 C 處，注視著從一牆之牆角 A 沿著直線跑到另一牆之牆角 B 的老鼠，在整個注視的過程中，貓咪與老鼠的最近距離是  $\textcircled{23}$   $\textcircled{24}$  公尺。



- F. 坐標平面上 O 為原點， $A(3+\sqrt{2}, 2)$ ， $B(2, \sqrt{2})$ ，若  $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，且  $-2 \leq x \leq 1$ ， $2 \leq y \leq 3$ ，則 P 點所形成圖形之面積為  $\textcircled{25} \sqrt{\textcircled{26}} - \textcircled{27}$ 。

- G. 下圖為世界最大的洞穴韓松洞的照片，中間有一個人站在石堆上。可將巨大的洞口跟人站在的石堆視為兩個等腰三角形，且它們均共用地面長度 40 公尺的底邊。已知兩洞壁夾角為  $60^\circ$ ，石堆三角形兩腰夾角為  $120^\circ$ ，若該人的身高為 1.6 公尺，則她的頭頂距離兩洞壁交會點約為  $\textcircled{28}$   $\textcircled{29}$   $\textcircled{30}$  公尺。(請四捨五入至小數點後第 1 位)



### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r(r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$